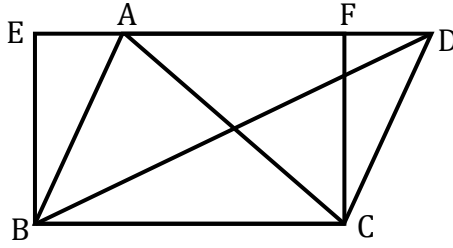
পঞ্চদশ অধ্যায়

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

MAIN TOPIC

সাধারণ নির্বচন: একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ও DBC ত্রিভুজক্ষেত্রদ্বয়ের একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $=$ ΔDBC এর ক্ষেত্রফল।

অঙ্কন: BC রেখাংশ B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে BE ও CF লম্ব অঙ্কন করি। এরা DA রেখার বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে এবং AD রেখাকে F বিন্দুতে ছেদ করে। ফলে $EBCF$ একটি আয়তক্ষেত্র তৈরি হয়।

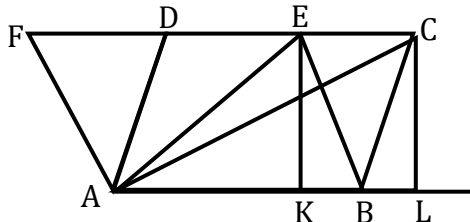
প্রমাণ: $EBCF$ একটি আয়তক্ষেত্র, এখন ΔABC এবং $EBCF$ আয়তক্ষেত্র একই ভূমি BC এর উপর এবং BC ও ED সমান্তরাল রেখাংশের মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times EBCF$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

অনুরূপভাবে, ΔDBC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times EBCF$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

$\therefore$ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \Delta DBC$ এর ক্ষেত্রফল। **(Proved)**

উপপাদ্য-৩৭

সাধারণ নির্বচন: একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিক সমূহের ক্ষেত্রফল সমান।

বিশেষ নির্বচন: চিত্রে $ABCD$ ও $ABEF$ সামান্তরিকক্ষেত্র দুইটি একই ভূমি AB এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল AB ও FC এর মধ্যে অবস্থিত।

অঙ্কন: A, C ও A, E যোগ করি। C ও E বিন্দু থেকে ভূমি AB ও এর বর্ধিত রেখাংশের উপর EK ও CL লম্ব টানি।

প্রমাণ: ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times CL$ এবং

ΔABE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times EK$

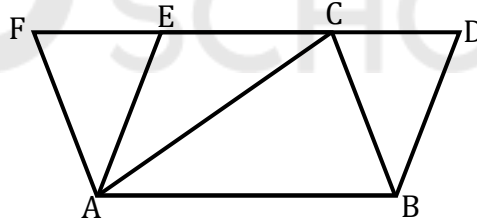
যেহেতু $CL = EK$ [অঙ্কনানুসারে $AL||CF$]

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $=$ ΔABE এর ক্ষেত্রফল।

$\Rightarrow \frac{1}{2}$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ABEF$ এর ক্ষেত্রফল।

$\therefore ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= ABEF$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল। **(Proved)**

উপপাদ্য-৩৮

সাধারণ নির্বচন: কোনো ত্রিভুজ ও সামান্তরিক একই ভূমি ও একই সমান্তরালযুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ΔABC ও $ABDE$ সামান্তরিক একই ভূমি AB ও একই সমান্তরালযুগল AB ও ED এর মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক $ABDE$।

অঙ্কন: A বিন্দু দিয়ে BC এর সমান্তরাল AF রেখা DC এর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ: $AF||BC$ (অঙ্কনানুসারে) এবং $AB||FC$ (কল্পনানুারে)। $ABCF$ একটি সামান্তরিক।

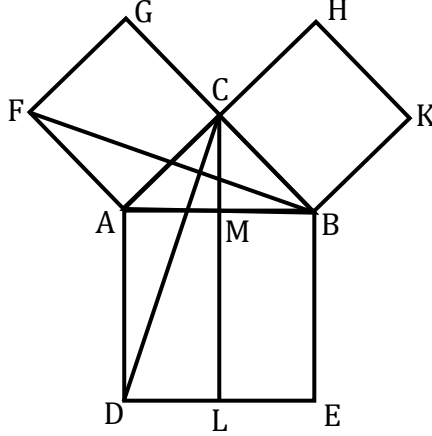
সামান্তরিক $ABDE$ ও $ABCF$ একই ভূমি AB এবং একই সমান্তরালযুগল AB ও FD এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore$সামান্তরিক $ABDE =$ সামান্তরিক $ABCF$ ।

সামান্তরিক $ABCF$ এর কর্ণ AC।

$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক $ABCF = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক $ABDE$ **(Proved)**

উপপাদ্য-৩৮ : (পিথাগোরাসের উপপাদ্য)

সাধারণ নির্বচন: সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

অঙ্কন: AB, AC এবং BC বাহুর উপর যথাক্রমে $ABED, ACGF$ এবং $BCHK$ বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। C বিন্দু দিয়ে AD বা BE রেখার সমান্তরাল CL রেখা আঁকি। মনে করি, তা AB কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। C ও D এবং B ও F যোগ করি।

প্রমাণ:

i. ΔCAD ও ΔBAF তে $CA = AF, AD = AB$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \angle CAB + \angle CAF =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BAF$ [$\angle BAD = \angle CAF = 1$ সমকোণ]

ii. ΔCAD এবং আয়তক্ষেত্র $ADLM$ একই ভূমি AD এর উপর এবং AD ও CL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। $\therefore$ আয়তক্ষেত্র $ADLM = 2\,\Delta CAD$।

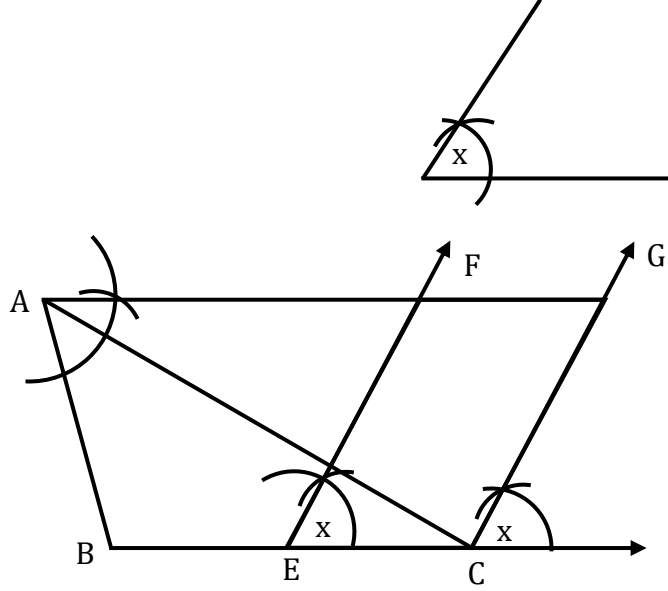
iii. ΔBAF এবং বর্গক্ষেত্র $ACGF$ একই ভূমি AF এর উপর এবং AF ও BG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। $\therefore$ বর্গক্ষেত্র $ACGF = 2\,\Delta FAB = 2\,\Delta CAD$

iv. আয়তক্ষেত্র $ADLM =$ বর্গক্ষেত্র $ACGF$ ।

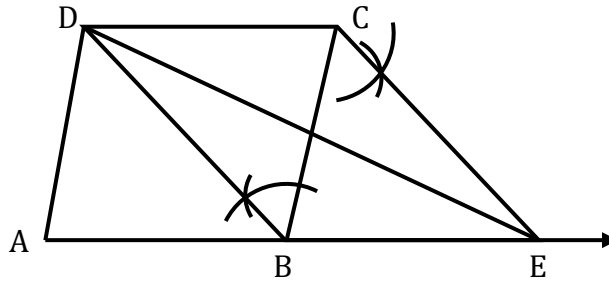
v. অনুরূপভাবে C, E ও A, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র $BELM =$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$।

vi. আয়তক্ষেত্র $(ADLM + BELM) =$ বর্গক্ষেত্র $ACGF +$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$
$\Rightarrow$ বর্গক্ষেত্র $ABED =$ বর্গক্ষেত্র $ACGF +$ বর্গক্ষেত্র $BCHK$।
অর্থাৎ $AB^2 = BC^2 + AC^2$ **(Proved)**

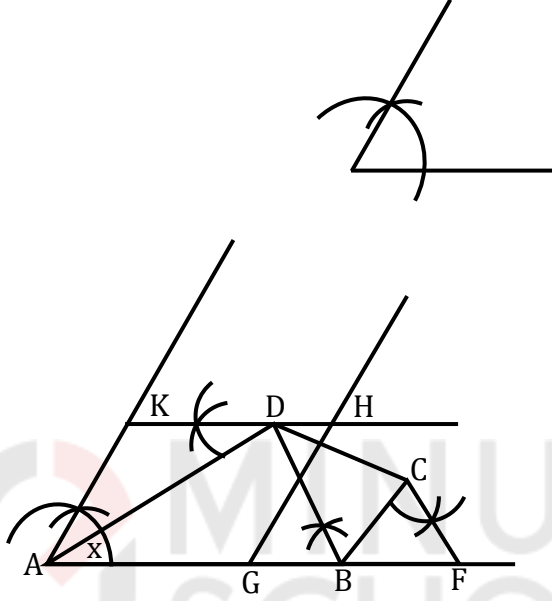
সম্পাদ্য-১৩

সাধারণ নির্বচন: এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান হয় এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কনের বিবরণ: BC বাহুকে E বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। EC রেখাংশের E বিন্দুতে $\angle x = \angle CEF$ আঁকি। A বিন্দু দিয়ে $BC||AG$ রশ্মি টানি এবং মনে করি তা EF রশ্মিকে F বিন্দুতে ছেদ করে। C বিন্দু দিয়ে EF রেখাংশের সমান্তরাল CG রশ্মি টানি এবং মনে করি তা AG কে G বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে $ECGF$ ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

সম্পাদ্য-১৪

সাধারণ নির্বচন: এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন: D, B যোগ করি। C বিন্দু দিয়ে $BD||CE$ আঁকি যেন তা AB বাহুর বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করি। তাহলে ΔDAE-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

সম্পাদ্য-১৫

সাধারণ নির্বচন: এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ দেওয়া আছে এবং তা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কনের বিবরণ: B, D যোগ করি। C বিন্দু দিয়ে $CF||DB$ আঁকি যেন তা CF , AB বাহুর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে। AF রেখাংশের G মধ্যবিন্দু নির্ণয় করি। AG রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x = \angle GAK$ আঁকি। G বিন্দু দিয়ে $GH||AK$ আঁকি। (G বিন্দুতেও $\angle x$ এর সমান কোণ এঁকে ফেলব)। D বিন্দু দিয়ে $KDH||AG$ আঁকি যেন AK ও GH কে যথাক্রমে K ও H বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, $AGHK$ ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

SOLVED CQ

সৃজনশীল-০১

একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 সে.মি.

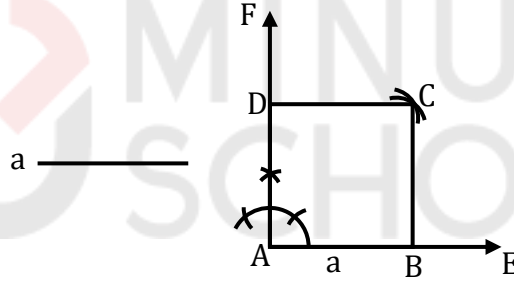
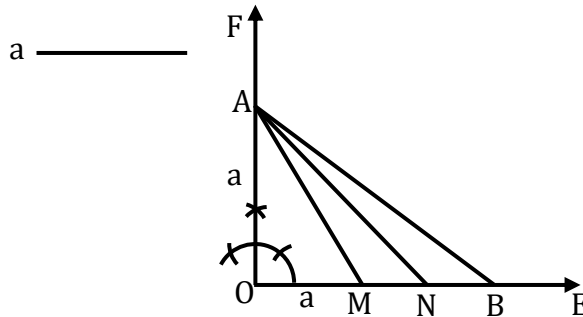
ক) বর্গক্ষেত্রটি অঙ্কন কর।

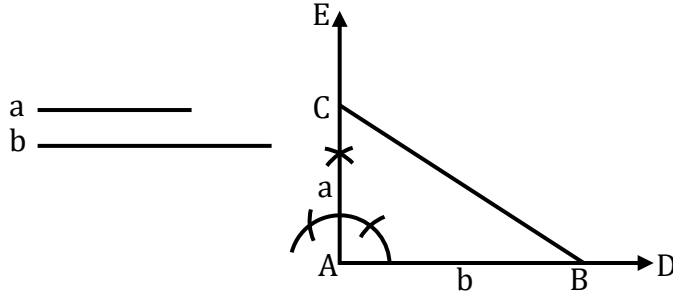
খ) বর্গক্ষেত্রটির চারগুণ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট অপর একটি বর্গক্ষেত্র আঁক এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও।

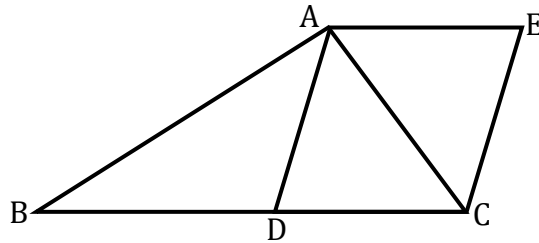
গ) 'ক' নং ও 'খ' নং বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)

১ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক) তথ্য অনুসারে বর্গক্ষেত্রটি অঙ্কন করা হলো:-

খ) বর্গক্ষেত্রটির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 2$ সে.মি.। এর ক্ষেত্রফলের চারগুণ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: যে কোনো রশ্মি OE থেকে $OM = a$ নেই। OM এর O বিন্দুতে $OF \perp OM$ আঁকি। OF থেকে $OA = a$ নেই। AM যোগ করি। আবার OE থেকে $ON = AM$ নেই। A, N যোগ করি। পুনরায় $OB = AN$ নিয়ে A, B যোগ করি। তাহলে AB এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রই হবে উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

গ) মনে করি, 'ক' নং প্রশ্নের বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং 'খ' নং প্রশ্নের বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য b। এখন একটি বর্গক্ষেত্র আঁকতে হবে যার ক্ষেত্রফল হবে ক ও খ নং প্রশ্নের বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। অর্থাৎ $(a^2 + b^2)$ এর সমান।

অঙ্কনের বিবরণ: AD যে কোনো রশ্মি থেকে $AB = b$ নেই। AB এর A বিন্দুতে $AE \perp AB$ আঁকি। AE থেকে $AC = a$ নেই। B, C যোগ করি। তাহলে BC এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রই হবে উদ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্র।

সৃজনশীল-০২

ΔABC এর AD মধ্যমা। $AD||CE$, $DC||AE$ এবং $AD = AE$

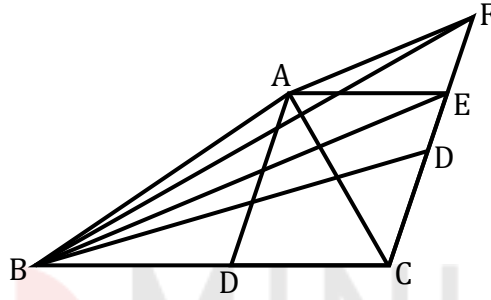
ক) $ADCE$ কোন ধরনের চতুর্ভুজ এবং কেন?

খ) B বিন্দু দিয়ে একটি রেখা টেনে $ABCE$ চতুর্ভুজটি দ্বিখণ্ডিত কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক)

গ) AC এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করে প্রমাণ কর যে, O বিন্দু DE রেখারও মধ্যবিন্দু।

২ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক) চিত্রে, ΔABC এ AD মধ্যমা। $AD||CE$, $DC||AE$ এবং $AD = AE$. $ADCE$ চতুর্ভুজটি একটি রম্বস। কারণ, আমরা জানি, যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল তা একটি সামান্তরিক এবং যে সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান তা একটি রম্বস। এক্ষেত্রে $ADCE$ চতুর্ভুজের $AD||CE, DC||AE$ এবং $AD = AE$ ।
$\therefore$ ইহা একটি রম্বস।

খ) B বিন্দু দিয়ে রেখা টেনে $ABCE$ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটিকে দ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

অঙ্কন: B, E যোগ করি। A বিন্দু দিয়ে $BE||AF$ আঁকি। AF বর্ধিত CE কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে। B, F যোগ করি। CF কে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। B, O যোগ করি। তাহলে, BO রেখা চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCE$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

প্রমাণ: $CO = \frac{1}{2}.CF$ [$\because O, CF$ এর মধ্যবিন্দু]

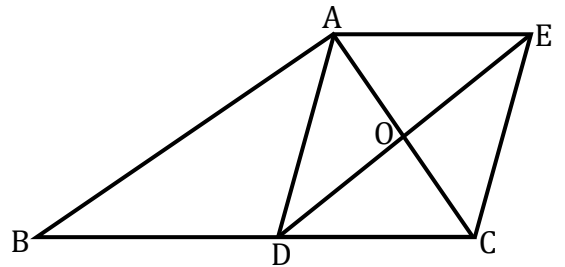
$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $BCO = \frac{1}{2}\Delta$ ক্ষেত্র BCF [$\frac{1}{2}$ চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCE$]

[কারণ অঙ্কনানুসারে Δ ক্ষেত্র $BCF =$ চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCE$]

$\therefore BO$ রেখাংশ $ABCE$ চতুর্ভুজক্ষেত্রকে দ্বিখণ্ডিত করে।

গ) AC কর্ণের মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি। O, D এবং O, E যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, DE একটি রেখাংশ এবং O, DE এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ: ΔAOD এবং ΔCOE এর মধ্যে, $AD = CE$
[রম্বসের বিপরীত বাহু বলে]
$OA = OC$ [$\because O, AC$ মধ্যবিন্দু]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle DAO =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle OCE$
[$\because AD||CE$ এবং এরা একান্ত কোণ]
$\therefore \Delta AOD \cong \Delta COE$ [বাহু- কোণ- বাহু- উপপাদ্য]
$\therefore OD = OE$

আবার, ΔAOE এবং ΔCOE এর মধ্যে,

$AE = CE$ [রম্বসের সন্নিহিত বাহু]

$AO = OC$

এবং OE সাধারণ বাহু

$\therefore \Delta AOE \cong \Delta COE$ [বাহু- বাহু- বাহু- উপপাদ্য]

$\angle AOE = \angle COE$

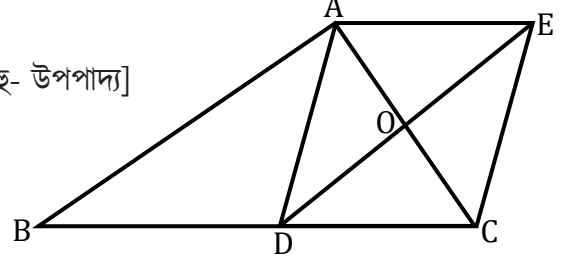
কিন্তু এরা রৈখিক যুগল কোণ ও পরস্পর সমান।

$\therefore \angle AOE = \angle COE =$ এক সমকোণ

তদ্রুপ $\angle COD =$ এক সমকোণ

$\therefore \angle COE + \angle COD =$ দুই সমকোণ

$\therefore OE$ এবং OD একই সরলরেখায় অবস্থিত।

$\therefore DE$ একটি রেখাংশ এবং O, DE এর মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল-০৩

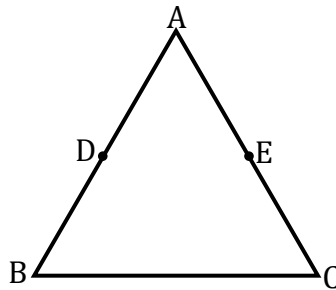
ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

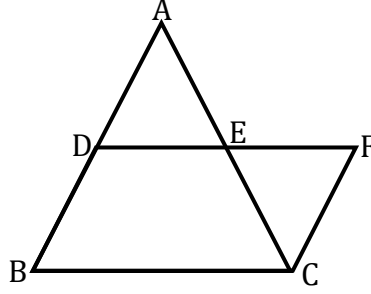
ক) তথ্যানুসারে চিত্রটি আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে, $DE || BC$.

গ) প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

৩ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক)

দেওয়া আছে, ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

খ)

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। D ও E যথাক্রমে ত্রিভুজটির AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু। তাহলে, প্রমাণ করতে হবে যে, $DE||BC$।

অঙ্কন: D ও E যোগ করে বর্ধিত করি যেন $EF = DE$ হয়। C, F যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔADE ও ΔCEF এ,

$AE = EC$ [AC বাহুর মধ্যবিন্দু E]
$DE = EF$ [অঙ্কন অনুসারে]
$\angle AED = \angle CEF$ [বিপ্রতীপ কোণ বলে]
$\therefore \Delta ADE \cong \Delta CEF$ [বাহু- কোণ- বাহু- উপপাদ্য]

তাহলে,

$AD = CF$ ...... (1)

এবং,

$\angle ADE = \angle EFC$

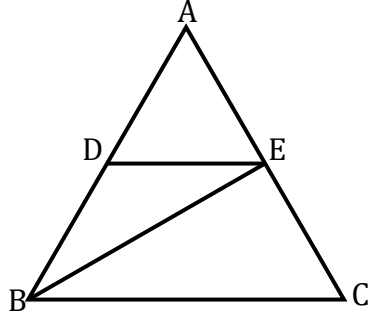
ধাপ-২: AD ও CF বাহুকে DE বাহু ছেদ করায়, $\angle ADE$ ও $\angle EFC$ একান্তর কোণ দুইটি উৎপন্ন হয় এবং এগুলো পরস্পর সমান।

$\therefore AD||CF$
বা, $AB||CF$
বা, $BD||CF$

ধাপ-৩: আবার $AD = BD$ [AB বাহুর মধ্যবিন্দু D]
কিন্তু সমীকরণ (1) হতে,
$AD = CF$
$\therefore BD = CF$

ধাপ-৪: এখন, $BDFC$ চতুর্ভুজের,
$BD = CF$
এবং $BD||CF$
$\therefore BDFC$ একটি সামান্তরিক। [কোনো চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে চতুর্ভুজটি সামান্তরিক]

ধাপ-৫: তাহলে, $DE||BC$ [সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল]
$\therefore DE||BC$

গ)

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। D, E যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

অঙ্কন: B, E যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔABC এর মধ্যমা BE । [$\because E, AC$ এর মধ্যবিন্দু]
$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ABE = \Delta$ ক্ষেত্র $BCE \ldots\ldots (1)$
[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে]

ধাপ-২: ΔABE এর মধ্যমা DE। [$\because D, AB$ এর মধ্যবিন্দু]
$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ADE = \Delta$ ক্ষেত্র $BDE \ldots\ldots (2)$
[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে]

ধাপ-৩: Δ ক্ষেত্র $ABE = \Delta$ ক্ষেত্র $ADE + \Delta$ ক্ষেত্র BDE
$= \Delta$ ক্ষেত্র $ADE + \Delta$ ক্ষেত্র ADE [সমীকরণ (2) হতে]
$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ABE = 2(\Delta$ ক্ষেত্র $ADE) \ldots\ldots (3)$

ধাপ-৪: Δ ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ ক্ষেত্র $ABE + \Delta$ ক্ষেত্র BCE
$= \Delta$ ক্ষেত্র $ABE + \Delta$ ক্ষেত্র ABE [সমীকরণ (1) হতে]
$= 2(\Delta$ ক্ষেত্র $ABE)$
$= 2 \times 2(\Delta$ ক্ষেত্র $ADE)$ [সমীকরণ (3) হতে]
$= 4(\Delta$ ক্ষেত্র $ADE)$

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)। **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল-০৪

ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B =$ এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ।

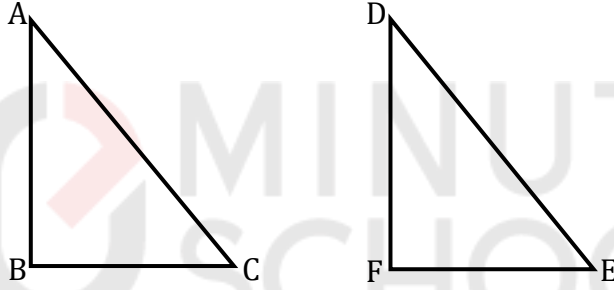
ক) পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ।

খ) ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ হলে প্রমাণ কর যে, $\angle B =$ ১ সমকোণ।

গ) যদি $AB = BC$ হয় এবং P, AC এর উপরস্থ কোন বিন্দু হয়,
তাহলে প্রমাণ কর যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$

৪ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক) **পিথাগোরাসের উপপাদ্য:** একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমান।

খ)

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B =$ ১ সমকোণ।

অঙ্কন: এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি, যেন $\angle F =$ এক সমকোণ, $EF = BC$ এবং $DF = AB$ হয়।

প্রমাণ:

ধাপ-১: $DE^2 = EF^2 + DF^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= BC^2 + AB^2$ [অঙ্কন অনুসারে]

$= AC^2$

$\therefore DE = AC$

এখন, ΔABC ও ΔDEF এ

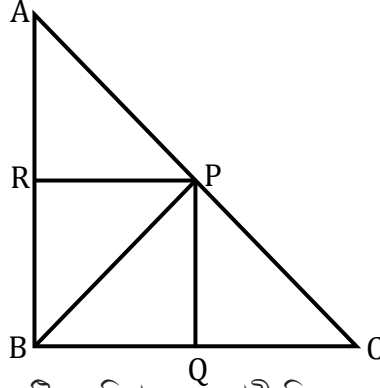
$BC = EF, AB = DF$ এবং $AC = DE$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ [বাহু - বাহু - বাহু – সর্বসমতা]

$\therefore \angle B = \angle F$

কিন্তু $\angle F =$ ১ সমকোণ হওয়ায়

$\angle B =$ ১ সমকোণ (প্রমাণিত)

গ)

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ, যেখানে $AB = BC$। AC এর অতিভুজ এবং P, AC এর উপর যেকোনো বিন্দু। P, B যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $PA^2 + PC^2 = 2PB^2$

অঙ্কন: P বিন্দু হতে AB ও BC বাহুর উপর যথাক্রমে PR ও PQ লম্ব আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ-১:

ΔABC এ $\angle B = 90°$ [$\because \Delta ABC$ সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজে $AB = BC$

$\angle C = \angle A = 45°$ এবং $\angle BAC = \angle ACB = 45°$]

ধাপ-২: PCQ সমকোণী ত্রিভুজে

PC অতিভুজ এবং

$\angle PCQ = \angle CPQ = 45°$ [$\because \angle PQC =$এক সমকোণ]

$\therefore PQ = CQ \dots\dots (1)$

একই কারণে, $PR = AR \dots\dots (2)$

PCQ সমকোণী ত্রিভুজে,

$PC^2 = PQ^2 + CQ^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= PQ^2 + PQ^2$ [সমীকরণ (1) হতে, $PQ = CQ$]

$\therefore PC^2 = 2PQ^2 \dots\dots (3)$

ধাপ-৩:

APR সমকোণী ত্রিভুজে,

$PA^2 = AR^2 + PR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= PR^2 + PR^2$ [সমীকরণ (2) হতে, $PR = AR$]

$\therefore PA^2 = 2PR^2 \dots\dots (4)$

ধাপ-৪:

$BQPR$ একটি আয়তক্ষেত্র [$\because PQ, BC$ এর উপর এবং PR, AB এর উপর লম্ব]

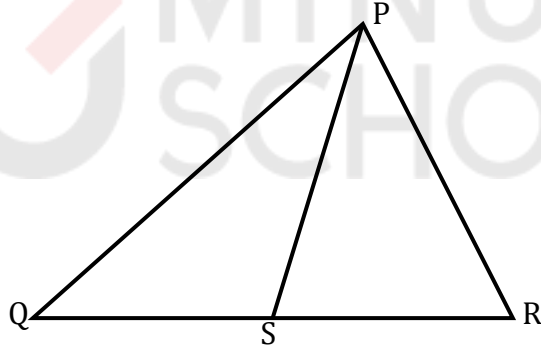
সুতরাং $PR = BQ \dots (5)$ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

ধাপ-৫:
এখন, সমীকরণ (3) ও (4) যোগ করে,
$$PA^2 + PC^2 = 2PR^2 + 2PQ^2$$
$$= 2(PR^2 + PQ^2)$$

ধাপ-৬:
কিন্তু BQP সমকোণী ত্রিভুজের,
$PQ^2 + BQ^2 = BP^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $PQ^2 + PR^2 = PB^2 \dots\dots (6)$ [সমীকরণ (5) হতে, $BQ = PR$]

এখন, $PA^2 + PC^2 = 2(PR^2 + PQ^2) = 2PB^2$ [সমীকরণ (6) হতে]

$\therefore PA^2 + PC^2 = 2PB^2$ **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল-০৫

চিত্রে $PQ > PR$ এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু।

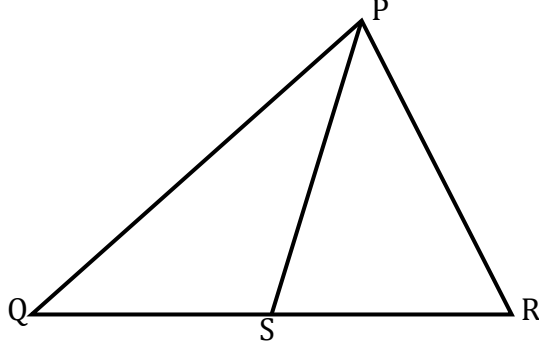
ক) পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ।

খ) প্রমাণ কর যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ।

গ) প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$

৫ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক) **পিথাগোরাসের উপপাদ্য:** একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমান।

খ)

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔPQR এ $PQ > PR$ এবং S, QR এর মধ্যবিন্দু । প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PSQ$ স্থূলকোণ।

প্রমাণ:

ধাপ-১:

ΔPQS ও ΔPRS -এ

$QS = SR$	[$\because S, QR$ এর মধ্যবিন্দু]
$PS = PS$	[সাধারণ বাহু]
$PQ > PR$	[দেওয়া আছে]

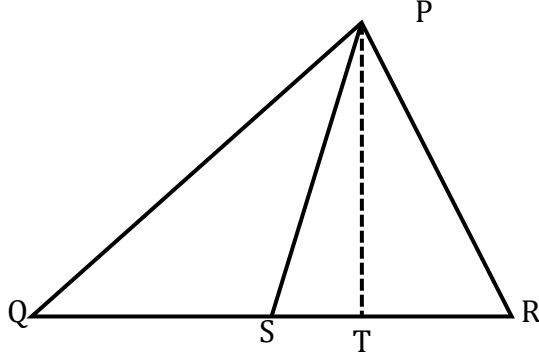
ধাপ-২:

যেহেতু $\angle PSQ$ ও $\angle PSR$ রৈখিক যুগল কোণ	[Q, S, Rএকই সরলরেখায় অবস্থিত]
কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় সমান এবং $PQ > PR$	
সেহেতু PQ এর বিপরীত কোণ $>$ PR এর বিপরীত কোণ	[$QS = SR$ এবং $PS = PS$]
$\therefore \angle PSQ > \angle PSR \dots\dots (i)$	

আবার, $\angle PSQ + \angle PSR = 180° \dots\dots (ii)$ [রৈখিক যুগল কোণ]

(i) ও (ii) থেকে পাই, $\angle PSQ > 90°$

$\therefore \angle PSQ$ স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ)

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔPQR এর QR বাহুর মধ্যবিন্দু S। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$

অঙ্কন: P বিন্দু থেকে QR এর উপর PT লম্ব অঙ্কন করি।

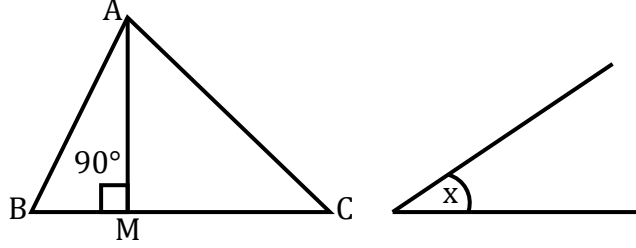
প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔPQT একটি সমকোণী ত্রিভুজ [$\because \angle PTQ =$ এক সমকোণ]
যার অতিভুজ, PQ
$\therefore PQ^2 = PT^2 + QT^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $PQ^2 = PT^2 + (QS + ST)^2$ [$\because QT = QS + ST$]
বা, $PQ^2 = PT^2 + QS^2 + ST^2 + 2.QS.ST \dots\dots (1)$

ধাপ-২: আবার, ΔPRT একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার অতিভুজ, PR
$\therefore PR^2 = PT^2 + TR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $PR^2 = PT^2 + (SR - ST)^2$ [$\because SR = ST + TR$]
বা, $PR^2 = PT^2 + SR^2 + ST^2 - 2.SR.ST \dots\dots (2)$

ধাপ-৩: এখন, সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে,
$PQ^2 + PR^2$
$= 2PT^2 + 2ST^2 + QS^2 + SR^2 + 2.QS.ST - 2.SR.ST$
$= 2PT^2 + 2ST^2 + QS^2 + QS^2 + 2.QS.ST - 2.QS.ST$ [$\because QS = SR$]
$= 2(PT^2 + ST^2) + 2QS^2$
$= 2PS^2 + 2QS^2$ [ΔPST সমকোণী ত্রিভুজে $PS^2 = PT^2 + ST^2$]

$\therefore PQ^2 + PR^2 = 2(PS^2 + QS^2)$ **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল-০৬

চিত্রে ΔABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।

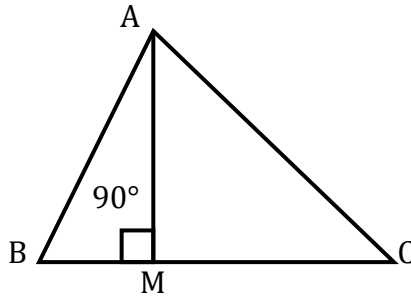
ক) পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ। এর জন্য এটি প্রযোজ্য কী না?

খ) প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CM$

গ) এমন একটি সামান্তরিক আঁক যার একটি কোণ $\angle x$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র ΔABC এর ক্ষেত্রফল সমান।

৬ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমান।
যেহেতু পিথাগোরাসের উপপাদ্য সমকোণী ত্রিভুজের জন্য প্রযোজ্য। ΔABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ অর্থাৎ সমকোণী নয়। সুতরাং ΔABC এর জন্য পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রযোজ্য নয়।

খ)

দেওয়া আছে, ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ; AM, BC এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CM$

প্রমাণ:

ধাপ-১:
ΔABM ও ΔAMC উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ [$\because AM, BC$ এর উপর লম্ব]

ধাপ-২:

AMC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$AC^2 = AM^2 + CM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AC^2 - CM^2 = AM^2$

$\therefore AM^2 = AC^2 - CM^2 \ldots\ldots (1)$

ধাপ- ৩:

ABM সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

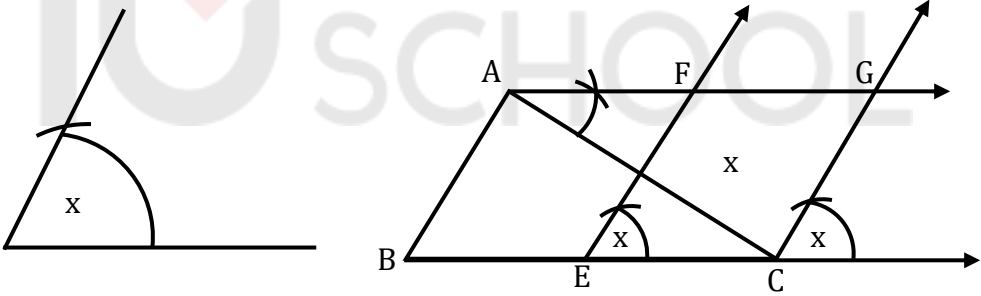
$AB^2 = AM^2 + BM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= AC^2 - CM^2 + BM^2$ [সমীকরণ (1) হতে]

$= AC^2 - CM^2 + (BC - CM)^2$ [$BM = BC - CM$]

$= AC^2 - CM^2 + BC^2 + CM^2 - 2.BC.CM$

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CM$ **(প্রমাণিত)**

গ)

ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ $\angle x$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন: BC বাহুকে E বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। EC রেখাংশের E বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle CEF$ আঁকি। A বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল AG রশ্মি টানি এবং মনে করি তা EF রশ্মিকে F বিন্দুতে ছেদ করে। C বিন্দু দিয়ে EF রেখাংশের সমান্তরাল CG রশ্মি টানি এবং মনে করি তা AG রশ্মিকে G বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে $ECGF$-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

সৃজনশীল-০৭

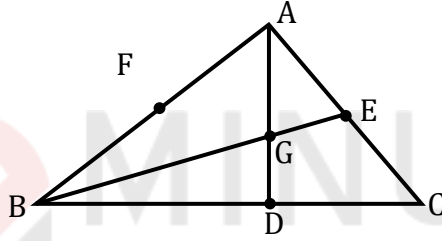
ΔABC এর BC, AC এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E এবং F। ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করে।

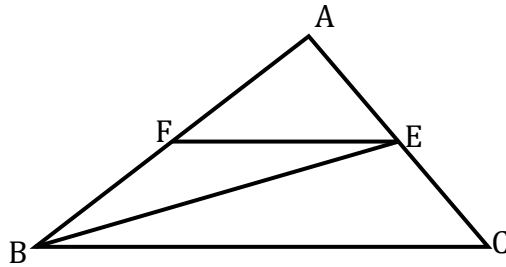
ক) উদ্দীপকের আলোকে চিত্র অঙ্কন কর।

খ) প্রমাণ কর যে, ΔAEF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (ΔABC এর ক্ষেত্রফল)।

গ) যদি G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE এর সমান্তরাল রেখাংশ AC কে Y বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, $AC = 6EY$

৭ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক)

চিত্রে AB, BC এবং CA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F, D এবং E। এবং AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করে।

খ)

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও E। F, E যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AEF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔABE এ EF, AB এর উপর মধ্যমা।

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $AEF = \frac{1}{2}(\Delta$ ক্ষেত্র $ABE)$ [$\because FE$ মধ্যমা Δ ক্ষেত্র ABE কে সমদ্বিখন্ডিত করে।]

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ABE = 2(\Delta$ ক্ষেত্র $AEF)$

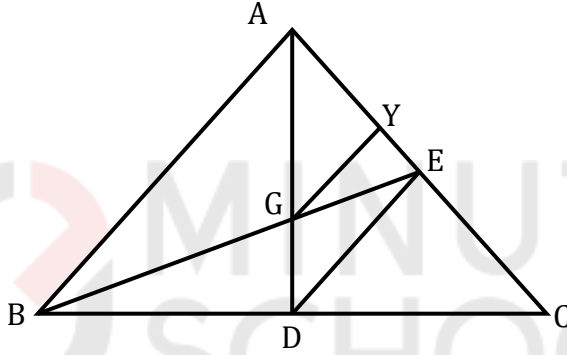
ধাপ-২: ΔABC এ BE, AC এর উপর মধ্যমা।

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ABE = \frac{1}{2}(\Delta$ ক্ষেত্র $ABC)$ [একই কারণে]

বা, $2(\Delta$ ক্ষেত্র $AEF) = \frac{1}{2}(\Delta$ ক্ষেত্র $ABC)$ [ধাপ-১ হতে]

$\therefore (\Delta$ ক্ষেত্র $AEF) = \frac{1}{2}\{\frac{1}{2}(\Delta$ ক্ষেত্র $ABC)\} = \frac{1}{4}(\Delta$ ক্ষেত্র $ABC)$

অর্থাৎ, ΔAEF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (ΔABC এর ক্ষেত্রফল)। **(প্রমাণিত)**

গ) **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। D, E যোগ করি। G বিন্দু দিয়ে $GY||DE$ আঁকি। GY, AC কে Y বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = 6EY$

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔADE-এ $GY||DE$,

$\therefore \frac{AY}{EY} = \frac{AG}{GD}$ [ত্রিভুজের কোনো এক বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে।]

বা, $\frac{AY}{YE} = \frac{2}{1}$ [ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় ছেদবিন্দুতে $2:1$ অনুপাতে বিভক্ত হয়। $\therefore AG:GD = 2:1$]

বা, $\frac{AY}{YE} + 1 = 2 + 1$ [উভয় পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\frac{AY+YE}{YE} = 3$

বা, $AE = 3EY$ [$\because AE = AY + YE$]

ধাপ-২: $AE = \frac{1}{2}AC$ [$\because E, AC$ এর মধ্য বিন্দু]

বা, $\frac{1}{2}AC = 3EY$ [ধাপ (১) হতে]

বা, $AC = 6EY$

$\therefore AC = 6EY$ **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল-০৮

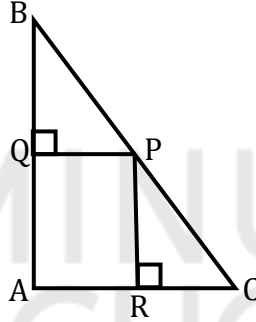
ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC অতিভুজ এবং P, BC এর উপরস্থ যেকোনো বিন্দু। $PQ \perp AB, PR \perp AC$

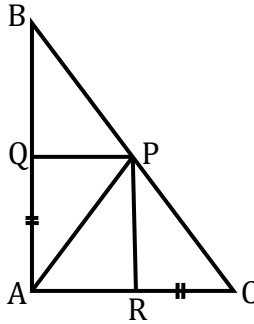
ক) উদ্দীপকের তথ্য চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ) প্রমাণ কর যে, $PB^2 = 2PQ^2$

গ) প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

৮ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক)

ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC অতিভুজ এবং P, BC এর উপরস্থ যেকোনো বিন্দু। $PQ \perp AB, PR \perp AC$

খ)

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ, যেখানে $AB = AC$। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। P, A যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 = 2PQ^2$.

অঙ্কন: P বিন্দু হতে AB ও AC বাহুর উপর যথাক্রমে PQ ও PR লম্ব আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ-১:
ΔABC এ $\angle A = 90°$ [দেওয়া আছে]
$\angle B = \angle C = 45°$ [$\because AC = AB$]
এখন, ΔPRC এর $\angle R = 90°$ [$\because PR \perp AC$]
সুতরাং, $\angle RPC = \angle RCP = 45°$
$\therefore CR = PR$
অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, PBQ এ $PQ = BQ$

ধাপ-২: PRC সমকোণী ত্রিভুজে PC অতিভুজ হওয়ায়,
$PC^2 = PR^2 + CR^2$
$= PR^2 + PR^2$ [$\because PR = CR$]
$\therefore PC^2 = 2PR^2 \dots\dots (i)$

ধাপ-৩: PBQ সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়,
$PB^2 = BQ^2 + PQ^2$
$= PQ^2 + PQ^2$ [$\because BQ = PQ$]
$\therefore PB^2 = 2PQ^2 \dots\dots (ii)$ **(প্রমাণিত)**

গ) প্রমাণ:

ধাপ-১: (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,
$PC^2 + PB^2 = 2PR^2 + 2PQ^2 = 2(PR^2 + PQ^2)$ ['খ' হতে]
আবার, $ARPQ$ একটি আয়ত। [$\angle Q = \angle A = \angle R =$ ১ সমকোণ]
$\therefore PQ = AR$ [আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]
$\therefore PC^2 + PB^2 = 2(PR^2 + AR^2) \dots\dots (iii)$

ধাপ-২: APR সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায়,

$PA^2 = PR^2 + AR^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

ধাপ-৩: (iii) নং হতে,

$PC^2 + PB^2 = 2PA^2$
$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ **(প্রমানিত)**

সৃজনশীল-০৯

ΔPQR এর একটি মধ্যমা QD

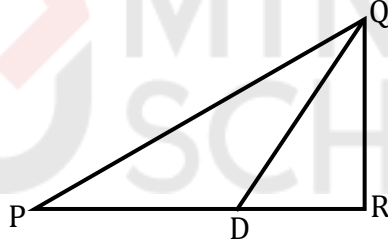
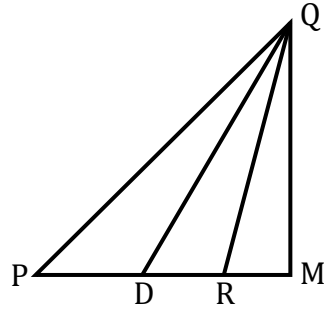
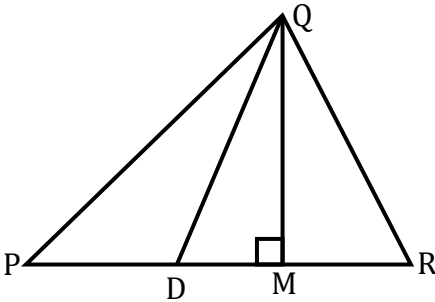
ক) উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁক।

খ) প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$

গ) $PQ = QR = PR$ হলে দেখাও যে, $4QD^2 = 3PQ^2$

৯ নং প্রশ্নের উত্তর:

ক) উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁকা হলো-

দেওয়া আছে, ΔPQR এর একটি মধ্যমা QD

খ)

দেওয়া আছে, ΔPQR এর একটি মধ্যমা QD। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$

অঙ্কন: Q বিন্দু দিয়ে PR (বা তার বর্ধিতাংশের চিত্র (২)) এর উপর QM লম্ব টানি।

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔQDM এ $\angle QMD = 90°$ যার অতিভুজ, QD
$\therefore\ QD^2 = QM^2 + DM^2 \ldots\ldots(i)$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

ধাপ-২: ΔQPM এ $\angle QMP = 90°$ যার অতিভুজ, QP
$\therefore\ PQ^2 = QM^2 + PM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= QM^2 + (PD + DM)^2$ [$\because PM = PD + DM$]
$= QM^2 + PD^2 + DM^2 + 2.PD.DM$
$= (QM^2 + DM^2) + PD^2 + 2.PD.DM$
$= QD^2 + PD^2 + 2.PD.DM$ [(i) হতে, $QD^2 = QM^2 + DM^2$]
$\therefore\ PQ^2 = QD^2 + PD^2 + 2.PD.DM \ldots\ldots(ii)$

ধাপ-৩: ΔQRM এ $\angle QMR = 90°$ যার অতিভুজ, QR
$\therefore\ QR^2 = QM^2 + RM^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
$= QM^2 + (RD - DM)^2$ [১ নং চিত্রে $RM = RD - DM$ এবং ২ নং চিত্রে $RM = DM - RD$]

কিন্তু $(RD - DM)^2 = RD^2 + DM^2 - 2.RD.DM$

$\therefore QR^2 = QM^2 + RD^2 + DM^2 - 2.RD.DM$
$= (QM^2 + DM^2) + PD^2 - 2.PD.DM$ [QD, PR বাহুর মধ্যমা $\therefore RD = PD$]
$= QD^2 + PD^2 - 2.PD.DM$ [(i) হতে, $QD^2 = PM^2 + DM^2$]
$\therefore QR^2 = QD^2 + PD^2 - 2.PD.DM \ldots\ldots(iii)$

ধাপ-৪: (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,
$PQ^2 + QR^2 = QD^2 + PD^2 + 2.PD.DM + QD^2 + PD^2 - 2.PD.DM$
বা, $PQ^2 + QR^2 = 2QD^2 + 2PD^2$
বা, $PQ^2 + QR^2 = 2(QD^2 + 2PD^2)$

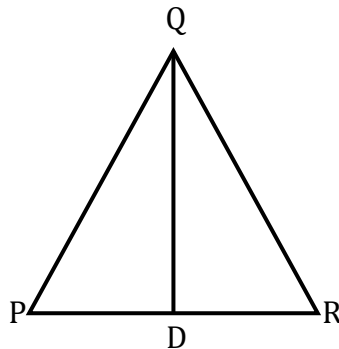
$\therefore PQ^2 + QR^2 = 2(QD^2 + 2PD^2)$ **(প্রমাণিত)**

গ)

দেওয়া আছে, $PQ = QR = PR$ অর্থাৎ ΔPQR- সমবাহু এবং QD, PR এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4QD^2 = 3PQ^2$

Q

P R

D

প্রমাণ:

ধাপ-১: ΔPQR সমবাহু এবং QD মধ্যমা। তাই QD মধ্যমা, ভূমি PR এর উপর লম্ব।
অর্থাৎ $QD \perp PR$
এবং $PD = RD$
বা, $PR = 2PD = PQ$
$\therefore PD = \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2}PQ$

ধাপ-২: আবার সমকোণী ΔQPD-এ
$\angle QDP = 90°$ এবং অতিভুজ $= PQ$

ধাপ-৩: পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$PQ^2 = QD^2 + PD^2$
বা, $QD^2 = PQ^2 - PD^2$
বা, $QD^2 = PQ^2 - \left(\frac{PQ}{2}\right)^2$
বা, $QD^2 = PQ^2 - \frac{PQ^2}{4}$ $\quad [PD = \frac{1}{2}PR = \frac{1}{2}PQ]$
বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - PQ^2$
বা, $4QD^2 = 3PQ^2$

$\therefore 4QD^2 = 3PQ^2$ **(প্রমাণিত)**

SOLVED MCQ

১) সমকোণী ত্রিভুজ বাহুভেদে নিম্নের কীরূপ হতে পারে না?

ক) সমবাহু ✓ খ) সমদ্বিবাহু গ) বিষমবাহু ঘ) সূক্ষ্মকোণী

ব্যাখ্যা:

সমকোণী ত্রিভুজ: সমকোণী ত্রিভুজ বাহুভেদে সমবাহু হতে পারে না।
যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

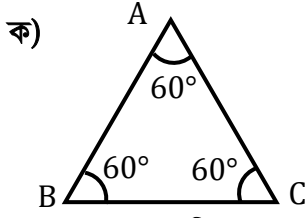
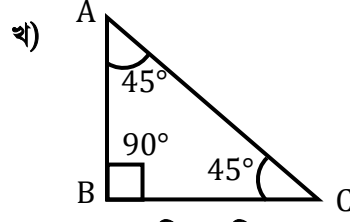
সমকোণী ত্রিভুজের ধর্ম:

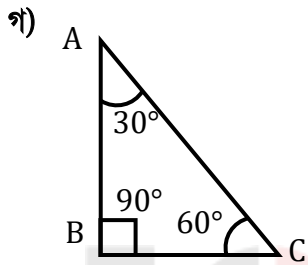
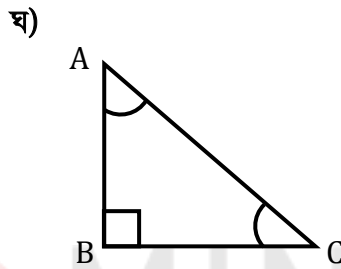
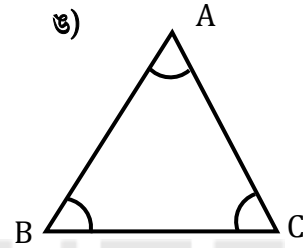
i. সমকোণ-ই হলো সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণ এবং অতিভুজ-ই বৃহত্তর বাহু।
ii. অতিভুজ ব্যতীত অপর দুই বাহু পরস্পর সমান কিংবা অসমান হতে পারে।
iii. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর কোণ দুইটি সূক্ষ্মকোণ।

ক) সমবাহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের সকল বাহু সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ হলো বৃহত্তম বাহু। অপর দুই বাহু প্রত্যেকে অতিভুজ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। তাই সমকোণী ত্রিভুজ কখনও সমবাহু হতে পারে না। (সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু অথবা তিনটি কোণ কখনও সমান হতে পারে না)।

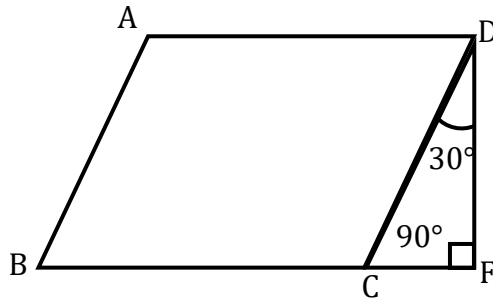
খ) সমদ্বিবহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের দুই বাহু সমান তাকে সমদ্বিবাহু বলে। যেহেতু, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ব্যতীত অপর দুই বাহু পরস্পর সমান হতে পারে; সেহেতু, সমকোণী ত্রিভুজ সমদ্বিবাহু হতে পারে।

গ) বিষমবাহু ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের কোনো বাহু-ই পরস্পর সমান নয় তাকে বিষম বাহু ত্রিভুজ বলে। সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-ই বৃহত্তম বাহু এবং অপর বাহুদ্বয় পরস্পর অসমানও হতে পারে। সুতরাং, সমকোণী ত্রিভুজ বিষম বাহু হতে পারে।

ঘ) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ: যে ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সূক্ষ্মকোণ তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে। সূক্ষ্মকোণ $< 90°$।
সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ এবং অপর কোণ দুইটি সূক্ষ্মকোণ এবং কখনই কোণ তিনটির মান পরস্পর সমান হতে পারে না। সুতরাং, সমকোণী ত্রিভুজ কখনই সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ হতে পারে না। কিন্তু যেহেতু প্রশ্নে বলা হয়েছে শুধু বাহুভেদে ত্রিভুজের প্রকারভেদের কথা; সেহেতু, সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ এখানে বিবেচিত হবে না।

ক) সমবাহু ত্রিভুজ
AB=BC=CA

খ) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
$AB = BC \neq AC$

গ) বিষমবাহু ত্রিভুজ
$AB \neq BC \neq AC$

ঘ) সমকোণী ত্রিভুজ
$\angle ABC = 90°$

ঙ) সুক্ষকোণী ত্রিভুজ
$\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC$

Note: বাহুভেদে ত্রিভুজ তিন প্রকার।
i. সমবাহু ii. সমদ্বিবাহু iii. বিষমবাহু

২) নিচের চিত্রে $\angle A =$ কত?

 ক) 120° খ) 100° গ) 140° ঘ) 130°

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি $180°$
ΔCDE হতে,
$\angle C + \angle D + \angle E = 180°$
বা, $\angle C = 180° - \angle D - \angle E$
বা, $\angle C = 180° - 30° - 90° = 60°$
আবার, $\angle BCE = 180°$ [$\because$ এক সরলকোণ]
বা, $\angle BCD + \angle DCE = 180°$
বা, $\angle BCD = 180° - \angle DCE$
বা, $\angle BCD = 180° - 60°$ [$\because \angle DCE = \angle C = 60°$]
$\therefore \angle BCD = 120°$
আবার, সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান।
$ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রে, $\angle A = \angle BCD = 120°$

৩) কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের কত গুণ?

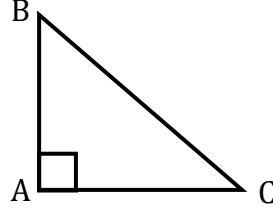
ক) $\frac{1}{4}$ খ) $\frac{1}{2}$ ✓ গ) $\frac{1}{3}$ ঘ) 2

ব্যাখ্যা: কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ গুণ

৪) একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অপর দুইটি কোণের অনুপাত $7:2$ হলে কোণদ্বয়ের মান কত?

ক) $35°$ এবং $10°$ খ) $40°$ এবং $12°$ গ) $50°$ এবং $60°$ ঘ) $70°$ এবং $20°$ ✓

ব্যাখ্যা: ধরি, একটি কোণ $7x$
তাহলে অপর কোণটি, $2x$ [$\because$ কোণদ্বয়ের অনুপাত $7:2$]
ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। এখন ABC ত্রিভুজে,
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
বা, $2x + 90° + 7x = 180°$
বা, $9x = 180° - 90°$
বা, $9x = 90°$
বা, $x = \frac{90°}{9}$
$\therefore x = 10°$
$\therefore$ বৃহত্তর কোণ $= (7 \times 10°) = 70°$
এবং ক্ষুদ্রতর কোণ $= (2 \times 10°) = 20°$

৫)

ABC সমকোণী ত্রিভুজ এ $AB = AC$ হলে $\angle B =$ কত?

 ক) 45°   খ) 50°   গ) 60°   ঘ) 55°

ব্যাখ্যা: ABC সমকোণী ত্রিভুজ এ $\angle A$ হলো সমকোণ।
$\therefore \angle A = 90°$
আবার, ΔABC এ $AB = AC$
$\therefore \angle B = \angle C$ [$\because$ ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় সমান হবে।]
আবার, আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°
$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180°$
বা, $90° + \angle B + \angle C = 180°$
বা, $\angle B + \angle C = 180° - 90°$
বা, $\angle B + \angle B = 90°$ [$\because \angle B = \angle C$]
বা, $2\angle B = 90°$
$\therefore \angle B = 45°$

৬) সম উচ্চতার ΔABC এর ভূমি BC এর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল-

i. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফলের সমান

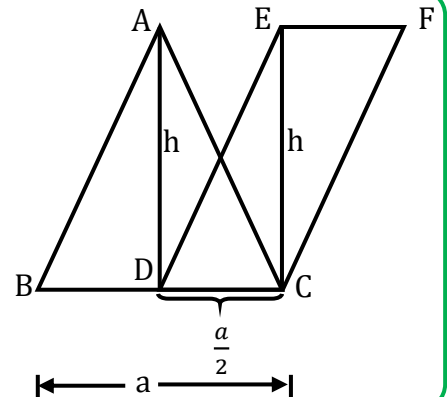
ii. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক

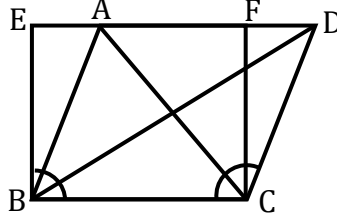
iii. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, iii   খ) ii   গ) i   ঘ) i ও ii

ব্যাখ্যা: সম উচ্চতা h বিশিষ্ট ΔABC এর ভূমি $BC = a$ এর অর্ধেকের তথা $DC = \frac{a}{2}$ এর উপর অঙ্কিত সামান্তরিক $CDEF$.

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times a \times h$
সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=$ভূমি$\times$উচ্চতা $= \frac{1}{2} \times a \times h$
[$\because$ সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ভূমি, $DC = \frac{a}{2}$]
$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান।
তাই সঠিক উত্তর শুধু (i)

৭) নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর। চিত্রটিতে $BC||DE$ এবং $AB||CD$ হলে-

i. Δ ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ ক্ষেত্র BDC

ii. Δ ক্ষেত্র $BDC =$ আয়তক্ষেত্র $BCFE$

iii. সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD =$ আয়তক্ষেত্র $BCFE$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii ও iii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i ও ii

ব্যাখ্যা: i) সত্য কারণ; **একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।** Δ ক্ষেত্র ABC ও Δ ক্ষেত্র BDC একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল যুগল BC ও ADএর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ ক্ষেত্র BDC

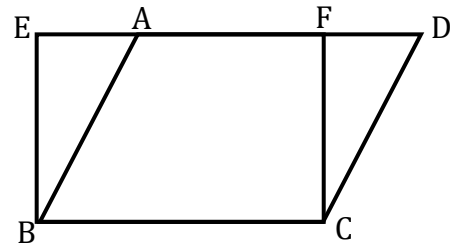
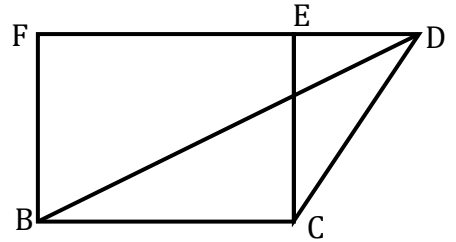
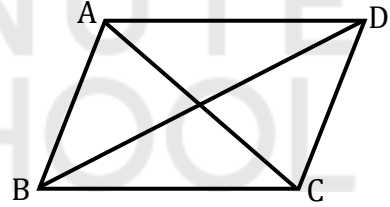
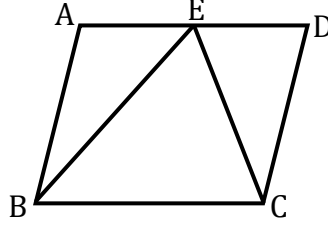
ii) মিথ্যা কারণ; **একটি ত্রিভুজক্ষেত্র ও একটি সমান্তরিকক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক হবে।**

Δ ক্ষেত্র BDC ও আয়তক্ষেত্র $BCFE$ একই ভূমি BC ও একই সমান্তরাল যুগল BC ও ED এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $BDC = \frac{1}{2}$ আয়তক্ষেত্র $BCFE$

iii) সত্য কারণ; **একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।**

সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ এবং আয়তক্ষেত্র $BCFE$ একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল যুগল BC ও ED এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore$ সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD =$ আয়তক্ষেত্র $BCFE$

৮) নিচের চিত্রে, সামান্তরিক $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল 20 বর্গ মিটার হলে ত্রিভুজ EBC এর ক্ষেত্রফল কত মিটার?

ক) 20 খ) 30 গ) 10 ঘ) 40

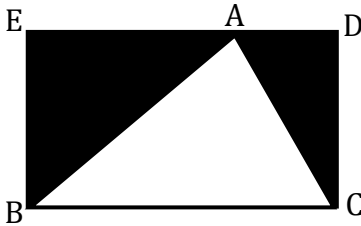
ব্যাখ্যা: একই ভূমি ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ।

একই ভূমি BC ও একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকক্ষেত্র $ABCD$ ও ত্রিভুজক্ষেত্র EBC ।

$\therefore$ সামান্তরিক $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= 2 \times \Delta EBC$ এর ক্ষেত্রফল।

ΔEBC এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল।

বা, ΔEBC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 20$ বর্গ মিটার $= 10$ বর্গ মিটার।

৯) নিচের চিত্রে, $EBCD$ সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 152 বর্গ সে.মি. হলে গাঢ় অংশটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি. হবে?

ক) 26 খ) 32 গ) 76 ঘ) 102

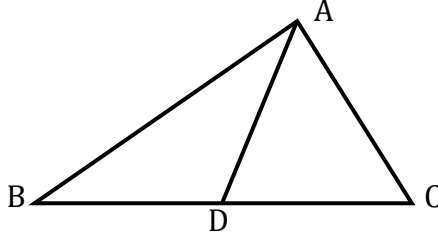
ব্যাখ্যা: একটি ত্রিভুজক্ষেত্র ও একটি সামান্তরিকক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল এর মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক হবে।

ABC ত্রিভুজক্ষেত্রটি এবং $EBCD$ সামান্তরিকক্ষেত্রটি একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল যুগল BC ও ED এর মধ্যে অবস্থিত।

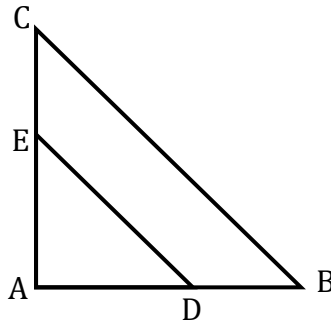
$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times$ সামান্তরিক $EBCD$ এর ক্ষেত্রফল।

বা, ΔABC এর ক্ষেত্রফল$= \frac{1}{2} \times 152$ বর্গ সে. মি. $= 76$ বর্গ সে. মি.

∴গাঢ় অংশটুকুর ক্ষেত্রফল
$= EBCD$ সামান্তরিক এর ক্ষেত্রফল $-\Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল।
$= (152 - 76)$ বর্গ সে. মি. $= 76$ বর্গ সে. মি.

১০) নিচের চিত্রে, 30 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গ ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা হলে, ADC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক) 15 খ) 30 গ) 45 ঘ) 60

ব্যাখ্যা: ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।
সুতরাং ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমাটি ABC ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজ ABD ও ADC এ বিভক্ত করে।
∴ ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \Delta ADB$ এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta ADC$ এর ক্ষেত্রফল
$= \Delta ADC$ এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta ADC$ এর ক্ষেত্রফল
$= 2 \times \Delta ADC$ এর ক্ষেত্রফল
বা, ΔADC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times (\Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল$)$
$= \frac{1}{2} \times 30$ বর্গ একক
$= 15$ বর্গ একক

নিচের তথ্যের আলোকে ১১-১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ΔABC-এ $\angle A = 90°, D$ ও E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু এবং $AB = 8$ সে.মি., $AC = 6$ সে.মি.

১১) BC এর দৈর্ঘ্য কত?

ক) 7 সে.মি. খ) 10 সে.মি. গ) 14 সে.মি. ঘ) 16 সে.মি.

১২) ΔABC এর পরিসীমা কত?

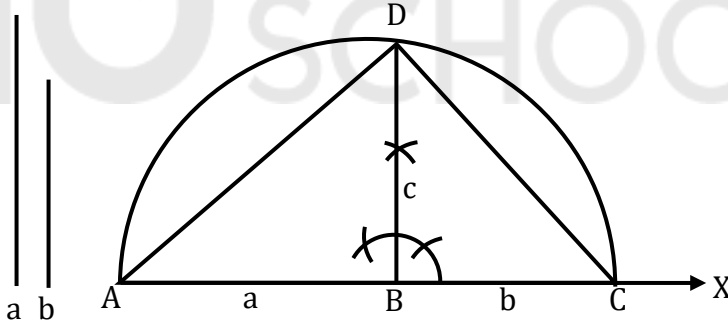
ক) 24 সে.মি. খ) 21 সে.মি. গ) 14 সে.মি. ঘ) 30 সে.মি.

১৩) $DE^2 =$ কত?

ক) 10 খ) 15 গ) 20 ঘ) 25

১৪) ΔADE এর ক্ষেত্রফল : ΔABC এর ক্ষেত্রফল $=?$

ক) $1:2$ খ) $1:4$ গ) $3:8$ ঘ) $1:8$

নিচের চিত্রের আলোকে ১৫-১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৫) ΔADC এর ক্ষেত্রফল কত?

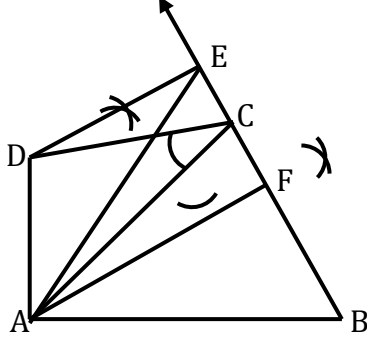
ক) $\frac{1}{2}abc$ খ) $\frac{1}{2}(a+b)$ গ) $\frac{1}{2}c(a+b)$ ঘ) $\frac{1}{2}ac$

১৬) $\angle ABD$ ও $\angle CBD$ কোণ ধরণের কোণ?

ক) রৈখিক যুগল কোণ খ) একান্তর কোণ গ) পরস্পর পূরক কোণ ঘ) অনুরূপ কোণ

১৭) AD^2 ও CD^2 এর মোট দৈর্ঘ্য কত?

ক) $a^2+b^2+c^2$ খ) $a^2+c^2+2b^2$ গ) $b^2+c^2+2a^2$ ঘ) $a^2+b^2+2c^2$

নিচের চিত্রের আলোকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৮) AF রেখাংশ $ABCD$ চতুর্ভুজটিকে সমদ্বিখন্ডিত করে কারণ-

ক) Δ ক্ষেত্র ABE ও চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান

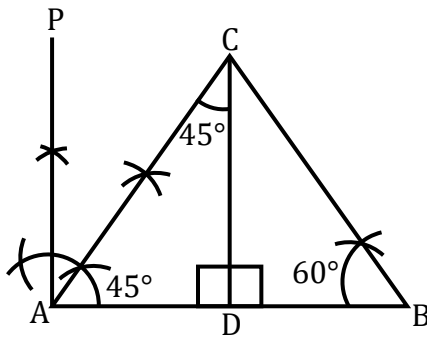
খ) Δ ক্ষেত্র ABF এর ক্ষেত্রফল Δ ক্ষেত্র ABE এর ক্ষেত্রফলের অর্ধেক

গ) Δ ক্ষেত্র ABF এর ক্ষেত্রফল চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফলের অর্ধেক

ঘ) ক,খ,গ-এ বর্ণিত প্রতিটি বিবৃতিই সঠিক

১৯) অঙ্কনানুসারে কোন রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল?

ক) DC ও AF খ) DE ও AC গ) DE ও FE ঘ) DC ও AB

নিচের চিত্রের আলোকে ২০-২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

২০) $\angle ACB$ এর মান কত?

ক) $50°$ খ) $70°$ গ) $75°$ ঘ) $90°$

ব্যাখ্যা: $\angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = 180°$
বা, $\angle ACB + 45° + 60° = 180°$
বা, $\angle ACB = 180° - 105° = 75°$

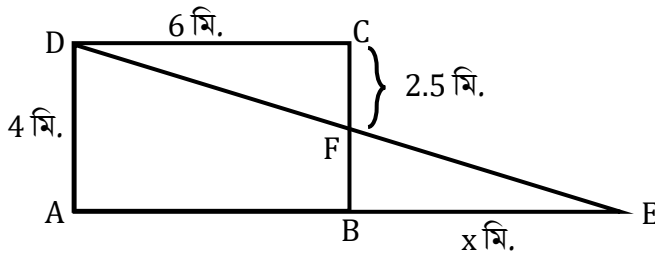
২১) $\angle PAC$ ও $\angle ACD$ পরস্পর-

ক) পূরক কোণ খ) অনুরূপ কোণ গ) বিপ্রতীপ কোণ ঘ) একান্তর কোণ

২২) AD^2 এর মান কত?

ক) $3CD^2$ খ) $4BD^2$ গ) $\frac{1}{2}AB^2$ ঘ) $\frac{1}{2}AC^2$

ব্যাখ্যা: $\angle ACD = \angle CAD$
$\therefore AD = CD, \angle CBD = 60°$
$\therefore \angle BCD = 30°$
$\therefore CD = 2BD$
$\therefore AD = 2BD$
$\therefore AD^2 = 4BD^2$

নিচের চিত্রের আলোকে ২৩-২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চিত্রে ΔAED ও $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল সমান

২৩) ΔADE এর ক্ষেত্রফল কত?

ক) 10 বর্গ মি. খ) 12 বর্গ মি. গ) 24 বর্গ মি. ঘ) 52 বর্গ মি.

ব্যাখ্যা: $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল$= 4 \times 6$ বর্গ মি. $= 24$ বর্গ মি.
ΔADEএর ক্ষেত্রফল $= ABCD$ এর ক্ষেত্রফল$= 24$ বর্গ মি.

২৪) x এর মান কত মিটার?

ক) 4 খ) 6 গ) 8 ঘ) 12

ব্যাখ্যা: ΔADE এর ক্ষেত্রফল $= 24$ বর্গ মি.

বা, $\frac{1}{2} \times AD \times AE = 24$

বা, $\frac{1}{2} \times 4 \times AE = 24$

বা, $AE = 12$

বা, $AB + BE = 12$

বা, $6 + x = 12$

$\therefore x = 6$

২৫) ΔBEF এর ক্ষেত্রফল কত?

ক) 3 বর্গ মি. খ) 4.5 বর্গ মি. গ) 7 বর্গ মি. ঘ) 9.5 বর্গ মি.

ব্যাখ্যা: $BC = BF + CF$

বা, $BF = BC - CF$

$= (4 - 2.5)$ মি.

$= 1.5$ মি.

$\therefore \Delta BEF$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BF \times BE$

$= \frac{1}{2} \times 1.5 \times x$

$= \frac{1}{2} \times 1.5 \times 6$

$= 4.5$ বর্গ মি.

২৬) ট্রাপিজিয়াম $ABFD$ এর ক্ষেত্রফল কত?

ক) 16.5 বর্গ মি. খ) 18.5 বর্গ মি. গ) 20.5 বর্গ মি. ঘ) 21.5 বর্গ মি.

ব্যাখ্যা: ট্রাপিজিয়াম $ABFD$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times (AD + BF) \times AB$

$= \frac{1}{2} \times (4 + 1.5) \times 6$ বর্গ মি.

$= 16.5$ বর্গ মি.

২৭)

i. কোনো চতুর্ভুজের একটি শীর্ষবিন্দু দিয়ে রেখাংশ টেনে চতুর্ভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করা যাবে।

ii. একটি ত্রিভুজের যে কোনো বাহুস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে একটা সরলরেখা টেনে ত্রিভুজক্ষেত্রটি কে সমত্রিখণ্ডিত করা যাবে।

iii. a ও b এর তৃতীয় সমানুপাতিক c হলে $a:b = b:c$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৮)

i. একটি ত্রিভুজের যে কোনো বাহুস্থিত একটি বিন্দু দিয়ে রেখাংশ টেনে ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করা সম্ভব নয়।

ii. নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট অসংখ্য ত্রিভুজক্ষেত্র আঁকা যাবে।

iii. $BF = \frac{1}{2}BE$ হলে F হবে BE এর মধ্যবিন্দু।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) ii খ) ii ও iii গ) i ও ii ঘ) i, ii ও iii

২৯) ΔABC এর $\angle A =$ এক সমকোণ। BE ও CF মধ্যমা হলে,

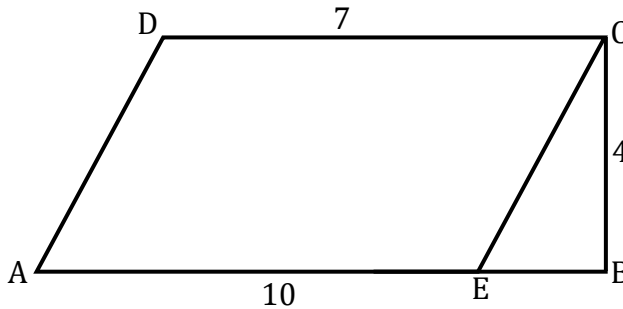
i. $BE^2 = AB^2 + AE^2$

ii. $CF^2 = AC^2 + AF^2$

iii. $4(BE^2 + CF^2) = 6BC^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩০)

চিত্রে $AB = 10$ একক, $CD = 7$ একক, $BC = 4$ একক, $BC \perp AB$ এবং $AB || CD$

নিচের কোনটি AD এর সঠিক মান?

ক) 3 একক খ) 4 একক গ) 5 একক ঘ) 6 একক

ব্যাখ্যা: $AB||CD$

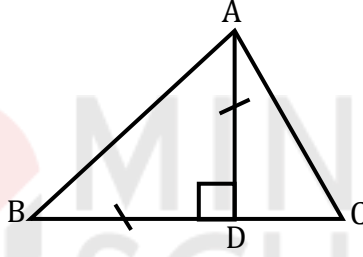
$\therefore AE||CD$ এবং $AE = CD = 7$

$\therefore BE = AB - AE = 10 - 7 = 3$

$\therefore CE = \sqrt{BC^2 + BE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

আবার, $CE||AD$ এবং $CE = AD$

$\therefore AD = 5$

৩১)

চিত্রে $AD = BD$ এবং $\angle ACD = 60°$

i. $\angle ABD = 45°$

ii. $AB^2 = 2AD^2$

iii. $AD^2 = 4CD^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i ও ii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩২)

i. পাঁচ বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ চিত্র পঞ্চভুজ।

ii. পঞ্চভুজ থেকে চতুর্ভুজ এবং চতুর্ভুজ থেকে ত্রিভুজ আঁকতে হয়।

iii. কর্ণ সামান্তরিককে দুটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i ও ii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৩)

i. একই ভূমি এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান।

ii. একই ভূমি ও তার একই পাশে অবস্থিত সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট সকল ত্রিভুজ একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত।

iii. একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিক ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii   খ) i ও iii   গ) ii ও iii   ঘ) i, ii ও iii

৩৪)

i. সমকোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে উৎপন্ন প্রত্যেকটি কোণের পরিমাণ 45° হয়।

ii. কোনো ত্রিভুজের একটি কোণ 45° হলে ত্রিভুজটি সমকোণী।

iii. সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ 60° হলে ক্ষুদ্রতম বাহুটি অতিভুজের অর্ধেক হয়।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i   খ) ii   গ) iii   ঘ) i, ii ও iii

৩৫)

i. রেখাংশের কোনো বিন্দুতে যে কোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ এঁকে ঐ ব্যাসার্ধের সমান চাপ নিয়ে কোণ অঙ্কন করলে 60° হয়।

ii. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণে একটি কোণ অপর কোণের দ্বিগুণ হলে ক্ষুদ্রতম বাহু অপর বাহুর অর্ধেক।

iii. ত্রিভুজের দুটি কোণ সমান হলে কোণ দুটির বিপরীত বাহু দুটি সমান।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii   খ) i ও iii   গ) ii ও iii   ঘ) i, ii ও iii

৩৬) কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে এর n গুণ বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক) na^2 খ) n^2a^2 গ) n^2a ঘ) na^3

৩৭) নিচের তথ্যগুলো লক্ষ্য কর:-

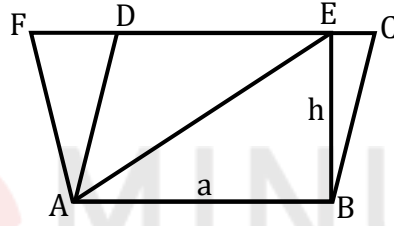
i. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে

ii. $ABCD$ চতুর্ভুজের $AB||CD$ এবং $AD \neq BC$; $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম

iii. চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো সমান ও সমান্তরাল এবং একটি কোণ $90°$ হলে তা একটি আয়ত

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৮)

উপরের চিত্রে $ABCD$ ও $ABEF$ দুটি সামান্তরিক এবং $EB \perp AB$

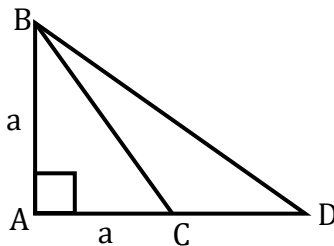
i. ΔABE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ah$ বর্গ একক

ii. $ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= ah$ বর্গ একক

iii. $ABEF$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= ah$ বর্গ একক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩৯)

চিত্রে $AB = AC = a$ এবং $BC = AD$ হলে, নিচের কোনটি BD এর মান?

ক) $2a^2$ খ) $a\sqrt{2}$ গ) $a\sqrt{3}$ ঘ) $3a^2$

ব্যাখ্যা: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

$\therefore BC = a\sqrt{2} = AD$

আবার, $BD^2 = AB^2 + AD^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2$

$= a^2 + 2a^2 = 3a^2$

$\therefore BD = a\sqrt{3}$

৪০) কোনো বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক এবং কোনো আয়তক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য b একক ও c একক। আয়তক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল যদি a বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পাঁচগুণ হয়, তাহলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক) $5a^2 + b^2 = c^2$ খ) $5c^2 + a^2 = b^2$ গ) $5a^2 = b^2 - c^2$ ঘ) $5a^2 = b^2 + c^2$ ✓

৪১) কোনো নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে এর n গুণ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

ক) na^2 বর্গ একক ✓ খ) n^2a^2 বর্গ একক গ) n^2a^2 একক ঘ) na^2 একক

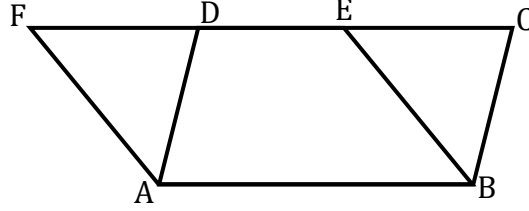
৪২) $BC = 2BD$ হলে BD এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র BC এর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কতগুণ?

ক) 2 খ) 4 গ) $\frac{1}{4}$ ✓ ঘ) $\frac{1}{8}$

৪৩) $a = 9b$ হলে b কে বাহু ধরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র a কে বাহু ধরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কতগুণ?

ক) 81 খ) $\frac{1}{81}$ ✓ গ) 9 ঘ) $\frac{1}{9}$

ব্যাখ্যা: $a = 9b \Rightarrow b = \frac{a}{9}$

$\therefore$ b বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{a}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}a^2$

৪৪) নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর:-

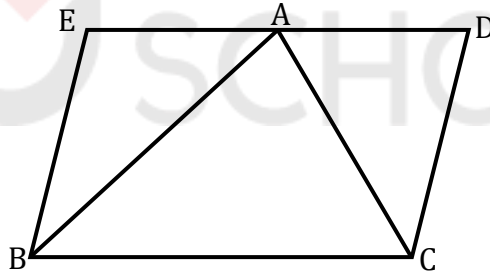
চিত্রে $AB||FC$,$AF||BE$ এবং $AD||BC$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

ক) চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $=$ চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABEF$ এর ক্ষেত্রফল

খ) ΔADF এর ক্ষেত্রফল $=$ চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABEF$ এর ক্ষেত্রফল

গ) ΔADF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ABED$ এর ক্ষেত্রফল

ঘ) ΔBCE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} ABED$ এর ক্ষেত্রফল

৪৫)

চিত্রে $BC||ED$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

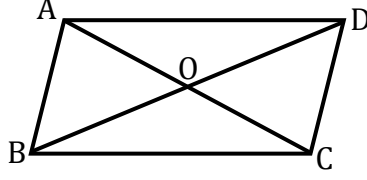
ক) চতুর্ভুজক্ষেত্র $BCDE$ এর ক্ষেত্রফল $= \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

খ) চতুর্ভুজক্ষেত্র $BCDE$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

গ) চতুর্ভুজক্ষেত্র $BCDE$ এর ক্ষেত্রফল $= 2\Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

ঘ) ΔBAE এর ক্ষেত্রফল $= \Delta ACD$ এর ক্ষেত্রফল

ব্যাখ্যা: একটি ত্রিভুজক্ষেত্র ও একটি সামান্তরিকক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত হলে সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হয়।

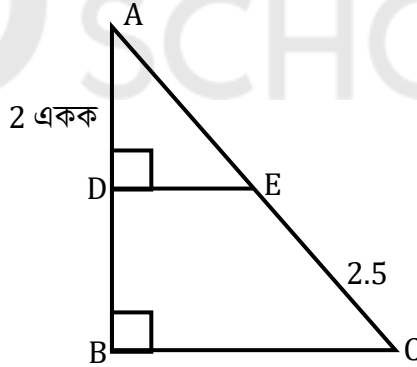
৪৬)

চিত্রে $BC||AD$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক নয়?

ক) ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \Delta BCD$ এর ক্ষেত্রফল

খ) ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\Delta OCB$ এর ক্ষেত্রফল

গ) ΔOAB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}\Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

ঘ) ΔOAD এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\Delta OAB$ এর ক্ষেত্রফল

নিচের চিত্রের আলোকে ৪৭ ও ৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$AD = BD, AE = CE, CE = 2.5$ একক

৪৭) $BC =$ কত একক?

ক) 3　　খ) 4　　গ) 5　　ঘ) 6

ব্যাখ্যা: চিত্র থেকে, $AD = BD$

$\therefore AB = AD + BD$

$= AD + AD$

$= 2AD = 2 \times 2 = 4$ একক

ব্যাখ্যা: এবং, $AE = CE$

$\therefore AC = AE + CE$
$= AE + AE$
$= 2AE = 2 \times 2.5 = 5$ একক

এখন, $\angle ABC =$ এক সমকোণ হওয়ায় AC অতিভুজ।

ABC সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

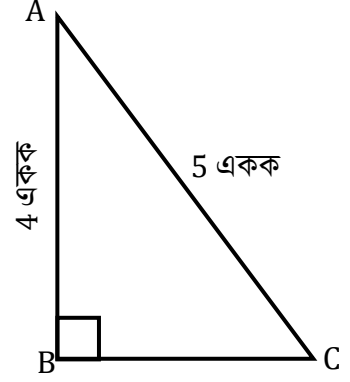
$AC^2 = BC^2 + AB^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC^2 = 5^2 - 4^2$

বা, $BC^2 = 25 - 16$

বা, $BC^2 = 9$

$\therefore BC = \sqrt{9} = 3$ একক

৪৮) $DE =$ কত একক?

ক) 3 খ) 2.5 গ) 2 ঘ) 1.5 ✓

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $AD = BD$

$\therefore D, AB$ এর মধ্যবিন্দু

এবং $AE = BE$

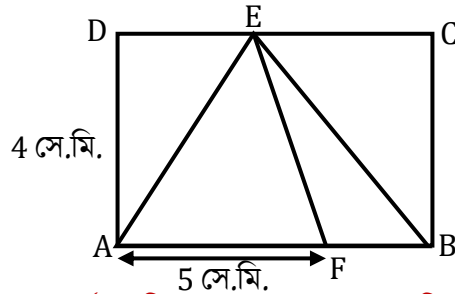
$\therefore E, AC$ বাহুর মধ্যবিন্দু

সুতরাং, ABC ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E এবং এদের সংযোজক রেখাংশ DE

আমরা জানি, ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক।

$\therefore DE$ রেখাংশ BC এর সমান্তরাল

এবং $DE = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 3 = 1.5$ একক

৪৯)

$ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি. হলে $AB =$ কত সে.মি.?

ক) 9 সে.মি. খ) 8 সে.মি. ✓ গ) 7 সে.মি. ঘ) 6 সে.মি.

ব্যাখ্যা: আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

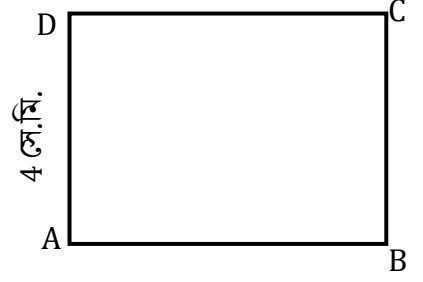
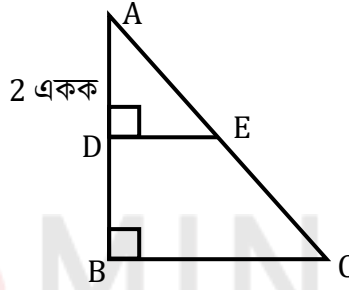
$ABCD$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য AB এবং প্রস্থ $AD = 4$ সে.মি.

$\therefore$ $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= AB \times AD = AB \times 4$ সে.মি.

দেওয়া আছে,

$ABCD$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 32 বর্গ সে.মি.

$\therefore$ 32 বর্গ সে.মি. $= AB \times 4$ সে.মি.

$\therefore AB = \frac{32 \text{ বর্গ সে.মি.}}{4 \text{ সে.মি.}} = 8$ সে.মি.

নিচের তথ্যের আলোকে ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চিত্রে $AD = BD, AE = CE, CE = 2.5$ একক

৫০) $BC =$ কত একক?

ক) 3 ✓ খ) 4 গ) 5 ঘ) 6

ব্যাখ্যা: $AB = AD + BD = 2 + 2 + 4$

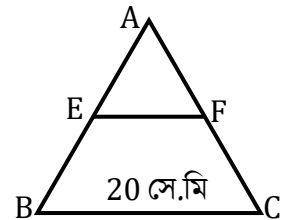
$AC = AE + CE = 2.5 + 2,5 = 5$

$\therefore BC = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$

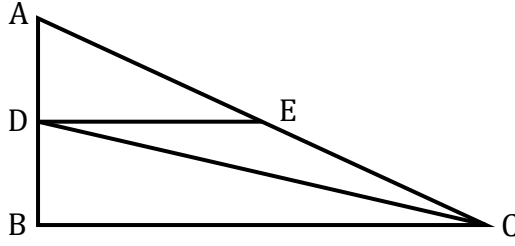
৫১) $DE =$ কত একক?

ক) 3 খ) 2.5 গ) 2 ঘ) 1.5 ✓

ব্যাখ্যা: $DE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 3 = 1.5$

৫২) পাশের চিত্রে AB এবং AC এর মধ্যবিন্দু E ও F হলে EF এর মান কত?

ক) $15\ cm$ খ) $10\ cm$ গ) $5\ cm$ ঘ) $4\ cm$

ব্যাখ্যা: $EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 20 = 10cm$

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৩ ও ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ΔABC এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। $AB = 3\ cm, BC = 4\ cm, AC = 5\ cm$

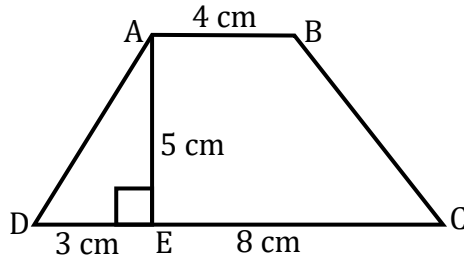
৫৩) ΔABC এর অর্ধ-পরিসীমা কত সে.মি.?

ক) 12 খ) 3.5 গ) 3 ঘ) 6

৫৪) ΔACD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক) 3 খ) 6 গ) 12 ঘ) 18

ব্যাখ্যা: $\Delta ACD = \frac{1}{2} \times AD \times BC = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 4 = 3$

নিচের তথ্যের আলোকে ৫৫ ও ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫৫) AD এর দৈর্ঘ্য কত?

ক) $\sqrt{8}cm$ খ) $\sqrt{24}cm$ গ) $\sqrt{34}cm$ ঘ) $\sqrt{40}cm$

ব্যাখ্যা: $AD^2 = AE^2 + DE^2$ বা, $AD^2 = 25 + 9 = 34$

$\therefore AD = \sqrt{34} cm$

৫৬) $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল কত?

ক) $10\ cm^2$ খ) $15cm^2$ গ) $16.5cm^2$ ঘ) $37.5cm^2$

ব্যাখ্যা: $ABCD$ একটি ট্রাপিজিয়াম, $DC = 8 + 3 = 11$

$\therefore$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(DC + AB).AE$

$= \frac{1}{2}(11 + 4).5 = \frac{1}{2} \times 15 \times 5 = 37.5$